

## **Relaciones y álgebra en primaria**

### **¿Qué establece el programa del Ministerio de Educación Pública al respecto?**

M.Sc. Marianela Alpízar Vargas  
Escuela de Matemática, Universidad Nacional  
[marianela.alpizar.vargas@una.cr](mailto:marianela.alpizar.vargas@una.cr)

#### **Resumen**

El álgebra y las funciones en primaria, en nuestro país hasta el 2012 se incorporan en los programas de estudio de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública; sin embargo, ya en varios países, desde hace años, se trabaja con esta temática a niveles básicos (preescolar y primaria).

No se trata de enseñar un álgebra formal sino de desarrollar estructuras mentales en los estudiantes para que a su llegada a secundaria el estudio del álgebra y las funciones se les facilite.

#### **Palabras claves**

Docente, álgebra y relaciones, programas de estudio, Matemáticas.

#### **Introducción**

Desde hace muchos años atrás el rendimiento académico en Matemáticas y la percepción por parte de los estudiantes hacia esta asignatura ha ido en decadencia, esto se comenta en medios de comunicación oral y escrita, lugares de encuentro públicos y en centros de enseñanza superior.

Existen alrededor del mundo diversas instituciones, organizaciones y grupos de personas que se dedican a investigar sobre el proceso enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas y que hacen sugerencias que van desde el planteamiento del programa hasta aspectos metodológicos y tipos de evaluación, con el fin de contrarrestar el bajo rendimiento y la actitud negativa hacia esta asignatura.

En diversos eventos internacionales se ratifica la necesidad de reorientar los procesos de aprendizaje de la matemática de tal manera que se presente a los estudiantes una cara más humana de esta asignatura, mediante la inclusión de factores afectivos, éticos, actitudinales y socioculturales, particularmente importante en los primeros años de la educación básica ya que durante esta etapa suelen formarse las actitudes de desinterés y rechazo tan difíciles de erradicar en los siguientes niveles (Castillo, 2010).

Nuestro país vive la realidad descrita anteriormente, por lo que urge un cambio radical en la forma en que se imparten las lecciones de matemática, lo que se ofrece en ellas y las

competencias o características que tienen los docentes encargados de estas lecciones en la educación primaria.

En el 2012 se aprobaron en Costa Rica los nuevos programas de estudio para Matemáticas del Ministerio de Educación Pública (MEP), desde primaria hasta secundaria, con estos se busca un cambio con miras a mejorar la formación básica de los costarricenses, con una matemática que los prepare para la vida; sin embargo, no es suficiente un cambio en el planteamiento del programa es necesario un cambio integral, donde se evalúen las competencias de los docentes a cargo, los recursos con los que cuentan las instituciones, los estudiantes y el docente; la actitud de los involucrados en un proceso de escolarización, entre otros.

Aunque los nuevos programas no puedan arreglar todas las dificultades que se presentan en nuestro sistema educativo, sí son un primer paso, que se da, con miras a mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en Matemáticas.

### **Desarrollo**

Uno de los actores principales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas a nivel de educación primaria es el docente, la actitud y el conocimiento que tenga de esta asignatura influirá en la formación de sus estudiantes.

En Costa Rica la preparación universitaria recibida por los docentes de primaria es limitada, en la mayoría de los casos para su bachillerato universitario solo llevan dos cursos de Matemática que deben albergar no solo los contenidos básicos de dicha asignatura sino que además la didáctica de los mismos. (Alpízar, Barrantes, Bolaños, Céspedes, Delgado, Freer, Padilla y Víquez (2012), Chavarría y Oviedo (2013) y Alfaro, Alpízar, Morales, Salas y Ramírez (2012)).

Por lo anterior, es evidente que los entes formadores y capacitadores deben revisar sus programas y fortalecerlos para brindarle a los docentes, tanto en formación como en ejercicio, más y mejores procesos y por ende estén mejor preparados para afrontar los cambios presentes en el nuevo programa.

Los programas actuales de Matemáticas del MEP, albergan cinco grandes áreas, a saber: probabilidad y estadística, medidas, números, geometría y relaciones y álgebra, estos temas deben desarrollarse a lo largo de la educación general básica y el ciclo diversificado, la proporción del desarrollo de cada tema en cada nivel varía dependiendo de las necesidades de los estudiantes de los conceptos previos adquiridos (MEP, 2012).

Según el informe presentado por Alfaro et al. (2012), el principal enfoque de los nuevos programas es:

La resolución de problemas con énfasis en los contextos reales, proponen aproximar las matemáticas escolares a la realidad del estudiante y su visión es transformar la actividad matemática que se realiza en el aula. Se enfatiza una contextualización activa partiendo de lo concreto hacia modelos y conocimientos más abstractos. La resolución de problemas no se asume solo como una plataforma para generar heurísticas y estrategias para resolver problemas, sino como una reconfiguración de la estrategia pedagógica y un estilo de organización de las lecciones para construir aprendizajes: un nuevo paradigma en la acción de aula del país. (p. 34).

En Costa Rica un niño entra a primaria si tiene cumplidos, a febrero del año en curso, seis años y tres meses, y debería graduarse seis años después; por lo tanto, es importante considerar el desarrollo mental de un niño en edades de seis a doce años, para ver si los conceptos y habilidades que se proponen en el programa de estudio para estos niveles es el adecuado.

En el ámbito cognitivo, el niño de siete años entra en la etapa denominada como de inteligencia operatoria concreta, esto significa que el niño es capaz de utilizar el pensamiento para resolver problemas, de entender la noción de conservación y el carácter reversible de las acciones tales como: combinar, clasificar; siempre y cuando estas operaciones estén estructuradas y organizadas en función de fenómenos concretos, sucesos que suelen darse en el presente inmediato. (Piaget, 1993).

Entre los conceptos que van a caracterizar la forma en que los niños de esta edad piensan, se encuentran:

Identidad o conservación: Es la capacidad de darse cuenta de que un objeto sigue siendo el mismo aún cuando tenga otra forma, por ejemplo si se tiene una bola de plastilina y esta es aplastada como una tortilla el peso se conserva.

Reversibilidad: Es la capacidad de regresar al punto de partida de la operación o el experimento. Puede realizarse la operación inversa y restablecerse la original. Por ejemplo la tortilla de plastilina puede volver a formar una bola.

Descentrado: Se disminuye el egocentrismo que hasta el momento tenía, puede concentrarse en más de una dimensión importante. En el período escolar (primaria) comprenderá que otras personas pueden ver la realidad de forma diferente a él, pensar distinto a él. (Piaget, 1993).

Para Guerrero (sf) el niño en edad escolar (a partir de los seis años) va a lograr realizar las siguientes operaciones intelectuales:

- clasificar objetos en categorías (color, forma, etc.), cada vez más abstractas.
- ordenar series de acuerdo a una dimensión particular (longitud, peso, etc.)
- trabajar con números
- comprender los conceptos de tiempo y espacio
- distinguir entre la realidad y la fantasía

Para esta misma autora en esta etapa la memoria va a irse perfeccionando, mejora su capacidad de almacenamiento y organización. El vocabulario mejora, así como la atención y la persistencia para realizar una tarea. (Guerrero (sf)).

El niño en edad escolar trabaja, especialmente en sus primeros años, con hechos (espacios concretos), para pasar a trabajar en el último nivel de la escolaridad con algunas leyes (Friip, 2009) por ello la formación básica es elemental si en ella se aprenden de manera adecuada los conceptos básicos y se dan las estrategias de pensamiento adecuadas los niveles posteriores no serán un problema para el estudiante.

Hasta hace poco tiempo el pensamiento algebraico se creía que tenía un nivel muy avanzado para enseñarse en primaria; sin embargo, con una orientación adecuada al nivel de los estudiantes el desarrollo del mismo puede ser una herramienta muy útil para

la especialización de los estudiantes en grados avanzados de manera similar ocurre con el pensamiento funcional. (Friip, 2009; Butto y Rojano, 2010; Kaput, (2000) citado por Castro, Godino y Rivas (2010)).

En los Principios y Estándares para las Matemáticas del National Council of Teachers of Mathematics de los Estados Unidos (NCTM, 2000) se propone el Álgebra como uno de los bloques de contenido a desarrollar desde preescolar hasta el final de la educación secundaria.

En dicho documento se plantea que los estudiantes deben generar modelos, patrones, relaciones y funciones matemáticas, además, de un correcto uso del simbolismo algebraico. Este estándar no propone el álgebra como un contenido educativo en los niveles de primaria, sin embargo, pretende fomentar desde los primeros años la investigación y el razonamiento algebraico, con el objetivo de alcanzar, en secundaria, metas ambiciosas en esta área. (Ruiz y Chavarría, 2003).

Godino y Font (2003) afirman que no se trata de impartir un "curso de álgebra" a los estudiantes de preescolar y primaria, sino de desarrollar el pensamiento algebraico, de estos, a lo largo del período que se inicia en la educación infantil hasta el bachillerato. Se incluye en el estudio de esta área a nivel de primaria: patrones (numéricos, geométricos y de cualquier otro tipo), funciones; además se desarrolla la capacidad de analizar situaciones con la ayuda de símbolos.

Al respecto Godino y Font (2003) agregan

El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se progresa en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. (p. 774).

El concepto de función es una de las principales ideas de las matemáticas, su uso y estudio debe darse desde la educación primaria, sin embargo el estudio de las funciones deberá centrarse en indagar relaciones en contextos significativos para los alumnos y

usando diversos métodos de representación para analizar dichas relaciones. (Godino y Font, 2003).

Según los autores mencionados anteriormente el estudio del álgebra y las funciones es factible con niños de preescolar y primaria, ya que en estas etapas los niños tienen el desarrollo cognitivo adecuado para abarcar los conceptos y nociones necesarias; sin embargo debe darse un trato adecuado a la enseñanza de estas temáticas, no se trata de hacer formalismos sino de ir formando el pensamiento algebraico en los estudiantes.

Para enseñar estas temáticas en educación primaria deben considerarse las características o temáticas que pueden manejar los niños en edad escolar, según Godino y Font (2003) algunas de las características del razonamiento algebraico que son sencillas de adquirir por los niños, son:

1. Los patrones o regularidades existen y aparecen de manera natural en las matemáticas. Pueden ser reconocidos, ampliados, o generalizados. El mismo patrón se puede encontrar en muchas formas diferentes. Los patrones se encuentran en situaciones físicas, geométricas y numéricas.
2. Podemos ser más eficaces al expresar las generalizaciones de patrones y relaciones usando símbolos.
3. Las variables son símbolos que se ponen en lugar de los números o de un cierto rango de números.
4. Las funciones son relaciones o reglas que asocian los elementos de un conjunto con los de otro, de manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo uno del segundo conjunto. Se pueden expresar en contextos reales mediante gráficas, fórmulas, tablas o enunciados. (p. 776).

Por otra parte, es importante agregar que las variables, ecuaciones, funciones, y las operaciones que se pueden realizar son instrumentos de modelización matemática de problemas de matemática (aritméticos, geométricos), o problemas aplicados (vida cotidiana, financieros, físicos, etc.). Al expresar los problemas en lenguaje algebraico se produce un problema modelizado. La modelización algebraica de problemas proporciona

el desarrollo de capacidades para analizar soluciones, generalizarlas y justificar el alcance de las mismas. (Godino y Font, 2003).

Hasta el momento se habían citado autores extranjeros refiriéndose al quehacer educativo en otros países, de aquí en adelante se presentará el panorama nacional, descrito en los Programas de Matemáticas del MEP, aprobados en el 2012 y vigentes a la fecha.

Las funciones generalmente se han trabajado bajo un enfoque algebraico y abstracto, bajo el programa actual las funciones deben ser vistas como relaciones de cambio entre dos variables, estas relaciones pueden ser de orden (menor o mayor que), las relaciones de divisibilidad, entre otras. En este sentido el MEP (2012) expresa:

El concepto de cambio o variación, que también es común al análisis de datos, forma parte central de los temas de esta área. Se podría decir que los procesos de cambio pueden ser modelados por las relaciones y funciones matemáticas, y éstas pueden tener distintas representaciones: gráficas, tabulares, simbólicas. (p. 54).

Con la incursión del álgebra en los niveles escolares se busca favorecer un tratamiento “funcional” de la manipulación de expresiones simbólicas, como ecuaciones, factorización y simplificación, lo que permite darle significado o aplicabilidad a varios temas y empezar la formación en este pensamiento funcional desde la Primaria aunque de manera gradual (MEP, 2012).

Para muchas personas el hecho de empezar a desarrollar funciones y álgebra a nivel de primaria, por el tratamiento abstracto que se les ha dado, no lo consideran apropiado; sin embargo se debe tener presente que se pretende hacer es un acercamiento a relaciones básicas, patrones, sucesiones, modelos básicos, entre otros que van formando la estructura mental que se requiere para el tratamiento funcional y algebraico que se da a nivel de educación media, que es donde cobran mayor relevancia estos temas.

A continuación se hace una descripción de lo planteado en los Programas de Estudio del MEP (2012) para *Álgebra y Relaciones* en primaria.

## I Ciclo

El propósito de la enseñanza de *Relaciones y Álgebra* para este ciclo es desarrollar en cada estudiante la comprensión de patrones y relaciones, la capacidad para representar y analizar situaciones matemáticas dadas y la habilidad para utilizar estos conocimientos con el fin de resolver problemas en diversos contextos (MEP, 2012).

Las habilidades generales a desarrollar en *Relaciones y Álgebra* al finalizar este ciclo son:

- Construir sucesiones con números y con figuras.
- Identificar patrones en una secuencia de figuras o de números.
- Ordenar números en forma ascendente o descendente.
- Escribir e interpretar expresiones matemáticas que representan cantidades dadas.
- Identificar y sustituir el número que falta en una tabla o en una expresión matemática.
- Plantear y resolver problemas a partir de una situación dada.

En el anexo 1 se adjunta una tabla con los conocimientos y habilidades específicas a desarrollar por nivel.

## II ciclo

Al completar el primer ciclo el estudiante desarrolló el sentido de número y algunas habilidades relacionadas con el uso de símbolos y relaciones (reconoce patrones, compara y ordenar números naturales, utiliza distintas representaciones para los números naturales, identifica expresiones matemáticas que representan relaciones entre cantidades), y procesos como la aplicación de distintas estrategias para resolver problemas matemáticos y de comunicación (MEP, 2012).

En el Segundo ciclo se busca la profundización de estos aprendizajes, como por ejemplo determinar términos de una sucesión a partir de su ley de formación o bien determinar la ley de formación al analizar la relación entre los términos de la sucesión; se amplía el conjunto de números al considerar fracciones no negativas y se utilizan nuevos símbolos matemáticos como las desigualdades, para hacer comparaciones entre expresiones numéricas o simbólicas; además se introducen nuevos conceptos relacionados con el lenguaje algebraico y funcional, ejemplo la relación de proporcionalidad directa, razón y



proporción, se inicia la representación simbólica de cantidades matemáticas que varían (MEP, 2012).

Según el programa vigente el propósito para este ciclo es desarrollar en cada estudiante habilidades para la comprensión y utilización de expresiones matemáticas, así como su capacidad para plantear, representar simbólicamente y resolver problemas dados en diversos contextos.

### **Habilidades generales**

Las habilidades generales que deberá tener cada estudiante en *Relaciones y Álgebra* al finalizar el Segundo ciclo son:

- Analizar patrones numéricos y no numéricos.
- Pasar de representaciones verbales a numéricas.
- Representar relaciones entre cantidades variables.
- Determinar el valor desconocido en una expresión numérica.
- Analizar gráficas de figuras con escala.
- Identificar distintas representaciones de una proporción numérica.
- Utilizar letras para representar cantidades variables.
- Aplicar regla de tres y porcentaje en la solución de problemas.
- Plantear y resolver problemas a partir de una situación dada.

En el anexo 2 se adjunta una tabla con la distribución de los conocimientos y habilidades específicas por cada año para este ciclo.

Por otra parte en el Programa de Estudio de Matemáticas, además de las áreas, conocimientos y habilidades a desarrollar se plantean cinco procesos matemáticos que los estudiantes deben desarrollar en su paso por la escuela y colegio de manera transversal, estos procesos son: razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, comunicar, conectar y representar (MEP, 2012).

Según el MEP (2012) la definición de cada uno de estos procesos es:

*Razonar y argumentar:* Busca desarrollar la capacidad de comprensión de una justificación o prueba en Matemáticas.

*Plantear y resolver problemas:* Se refiere a plantear problemas y encontrar estrategias de solución para los mismos. Se da especial énfasis a problemas contextualizados.

*Comunicar:* las ideas, resultados, argumentos, entre otros deben ser comunicados a otros compañeros y al docente. Busca potenciar la capacidad de expresar ideas Matemáticas.

*Conectar:* Se busca con este proceso que se cultiven las relaciones existentes entre las distintas áreas de las Matemáticas y con otras asignaturas.

*Representar:* Pretende incentivar el reconocimiento, interpretación y manipulación de distintas representaciones; entre ellas: gráficas, numéricas, visuales, simbólicas, tabulares. (pp. 25-26).

Además de los procesos y las habilidades el programa habla sobre cuatro momentos importantes a desarrollar en una lección de Matemática; a saber: Propuesta de un problema, Trabajo estudiantil independiente, Discusión interactiva y comunicativa, y Clausura o cierre. (p. 41).

A continuación se presentará un ejemplo que cómo puede implementarse una actividad en una clase de matemática para sexto grado.

El concepto a desarrollar sería: porcentaje y regla de tres. La habilidad a desarrollar sería: Resolver problemas por medio del uso de porcentajes y regla de tres.

Siguiendo la sugerencia que da el MEP de los cuatro momentos, se tendría:

### ***Propuesta de una “situación problema”***

El docente propone la siguiente situación problema, es importante rescatar que se deben considerar los conceptos y habilidades previas que tengan los estudiantes antes de plantearles cualquier situación nueva.

*Situación problema:*

*En un establecimiento de comida rápida, se pueden consumir diferentes tipos de alimentos de fácil y rápida elaboración.*

*En el cuadro siguiente se presenta el contenido calórico y de grasas saturadas de cada uno de los alimentos que son consumidos en el combo Deli Junior:*

Producto	Calorías (kcal)	Grasas (gramos)
Papás fritas medianas	288	15
Hamburguesa especial	394	23
Helado con galletas de chocolate	454	12
Refresco gaseoso (cola) 21 oz	211	0

De acuerdo con la información anterior conteste las siguientes preguntas:

1. Si compras un combo *Deli Junior* ¿cuál ha sido su consumo total de calorías y grasas?
2. Si “La cantidad de consumo, recomendada para una persona saludable, es de 2000 calorías y 55 gramos de grasa en un día” ¿Es posible que una persona que come todos los días, uno de estos combos, presente problemas con su salud?
3. Si se sabe que cada gramo de grasa tiene 9 calorías, determina el porcentaje de grasa de cada uno de estos alimentos.

### **Trabajo estudiantil independiente**

En esta etapa los estudiantes pueden realizar algunas preguntas relacionadas con aspectos que no se les hagan familiares o conceptos previos que no recuerden, es importante que el docente NO les de la solución al problema sino que de pistas para que los estudiantes puedan llegar por sus propios medios a la solución del problema.

### **Discusión interactiva y comunicativa**

Es importante en esta etapa, escuchar los métodos de solución que hicieron cada uno de los estudiantes o subgrupos para poder ver la diversidad de pensamiento, se pueden clasificar los métodos de solución y ver similitudes y diferencias entre las mismas.

Para efectos de este documento se adjunta en esta etapa una idea de cómo dar solución a la situación problema planteado.

El niño que compre su *combo Deli Junior* consumirían 1636 kilocalorías y 57 gramos de grasa, esto indica que la cantidad de grasa se pasaría de los índices establecidos a nivel mundial para una adecuada alimentación con solo esas raciones. Además en una sola comida se consumiría más de las tres cuartas partes de las calorías; es importante recordar que un niño debe realizar tres comidas fuertes y dos meriendas en un día.

Si se excede en la cantidad de calorías y grasas varios días a la semana se puede correr el riesgo de tener sobrepeso y por tanto complicaciones en la salud.

Se puede construir una tabla como la siguiente para obtener los porcentajes por grasa:

<b>Producto</b>	<b>Calorías (kcal)</b>	<b>Grasas (gramos)</b>	<b>Calorías por grasa</b>	<b>% de grasas</b>
Papás fritas	412	21	189	45,9
Hamburguesa especial	493	24	216	43,8
Helado con galletas de chocolate	454	12	108	23,8
Refresco gaseoso (cola) 21oz	277	0	0	0
<b>Total</b>	<b>1636</b>	<b>57</b>	<b>513</b>	<b>31,4</b>

Para calcular el porcentaje de calorías que son aportadas por la grasa de las papás fritas, lo que hacemos es una proporción donde en una de las razones colocamos la cantidad de calorías aportadas por las papás (412 kcal) y el número 100, que va a representar el completo, el 100% de las calorías del producto; mientras que en la otra razón se tendría la cantidad de calorías aportadas por las grasas (189) y una letra representando una incógnita, cuando se encuentre el valor de dicha incógnita esta representará el porcentaje de calorías de las papás fritas que son aportadas por las grasas del producto, a saber:

$$\frac{412}{100} = \frac{189}{p} \Rightarrow 412p = 18900 \Rightarrow p = \frac{18900}{412} \Rightarrow p = 45,9$$

Por lo tanto 45,9% de las calorías de las papas fritas son aportadas por las grasas del producto.

### **Clausura**

El docente es el encargado en este caso aportar elementos teóricos para el concepto de porcentaje y regla de tres.

### **Conclusiones**

Como se citó en la introducción de este documento el planteamiento de nuevos programas no repara todas las inconsistencias de nuestro sistema educativo, pero sí da una primera herramienta para trabajar con el fin de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas a nivel de educación primaria y por ende tener estudiantes mejor preparados para la educación secundaria y la universidad. Vivimos en una sociedad de cambios a los cuales tenemos que adaptarnos.

Es importante que los entes formadores de educadores para primaria tomen conciencia que sus planes de estudio deben fortalecerse en el área de Educación Matemática, los docentes deben tener dominio de conceptos básicos de la disciplina, pero también herramientas metodológicas para afrontar su trabajo en el aula, ambos aspectos deben desarrollarse en las aulas universitarias.

Por otra parte, los cientos de educadores que ejercen actualmente necesitan acompañamiento en este cambio, su casa de formación debe asumir su responsabilidad y ofrecer opciones de capacitación y actualización que ayuden a subsanar las deficiencias de formación en cuanto a resolución de problemas, metodologías de enseñanza y hasta conceptos básicos de la disciplina.

Hasta hace poco tiempo la idea de tener pensamiento algebraico y funcional en primaria sonaba sin sentido; sin embargo diversos autores como Godino, Font, Friip, entre otros han dado pie a pensar lo contrario, es necesario que los estudiantes inicien el desarrollo de estructuras mentales desde los primeros años de la educación formal. El desarrollo cognitivo del niño está preparado para el estudio de patrones, relaciones básicas, entre otros, y tiene la capacidad de pensamiento requeridos para el desarrollo de los conceptos que el MEP plantea en los programas de estudio actuales.

El ser humano, generalmente, es sensible a cambios; sin embargo estos pueden contribuir a mejorar, en este caso el sistema educativo en el área de las Matemáticas está pasando por un cambio significativo, así que no queda más que aceptar el reto que se plantea actualmente y tratar que cumplir con las responsabilidades adquiridas.

El nuevo programa de estudio incluye en el quehacer académico elementos nuevos como son: las habilidades, los procesos y los momentos en la lección de Matemática, tanto el conocimiento como las estrategias para transmitirlo se actualizan con los años y en nuestro país se hacía urgente en cambio en el currículo, la adaptación hacia estos nuevos elementos puede darse de manea paulatina para que tanto docentes como estudiantes se acostumbren a ellos.

### **Referencias bibliográficas**

Alfaro, A., Alpízar, M., Morales, Y., Salas, O. y Ramírez, M. (2012, Agosto). La formación inicial y continua de docentes de Matemáticas en Costa Rica. *Informe para la Escuela Seminario Internacional Construcción de Capacidades en Matemáticas y Educación Matemática*. CANP, Costa Rica.

Alpízar, M., Barrantes, J., Bolaños, H., Céspedes, M., Delgado, E., Freer, D., Padilla, E. y Viquez, M. (2012). Aspectos relevantes sobre la formación docente en I y II ciclos en

los temas Probabilidad y Estadística. *Revista EDUCARE*. Vol 16, No 2. Heredia Costa Rica.

Butto, C., y Rojano, T. (2010). Pensamiento algebraico temprano: El papel del entorno Logo. *Educación Matemática*, vol. 22, núm. 3, diciembre de 2010, pp. 55-86. México.

Castillo, M. (2010). La educación matemática en el Primer Ciclo de la Educación Primaria, Estado del Arte. Proyecto "Integración Centroamericana por medio de la Reforma Educativa" Fondos del Gobierno de China en Taiwán. Guatemala.

Castro, W.F., Godino, J.D., Rivas, M. (2010). Competencias de maestros en formación para el análisis epistémico de tareas de razonamiento algebraico elemental. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 259-270). Lleida: SEIEM

Chavarría, L. y Oviedo, K. (2013). Actitudes y conocimientos que tienen docentes de la Educación General Básica costarricense de I y II Ciclo sobre Estadística y Probabilidad, en la Dirección Regional Educativa de Heredia. (Tesis de Licenciatura). Heredia, Costa Rica: Universidad Nacional.

Friip, A. (2009). ¿Álgebra en la Escuela primaria? *Quehacer educativo*. Febrero, 2009. Uruguay

Godino, J. y Font, V. (2003). *Matemática y su didáctica para maestros*. Proyecto Edumat-Mestros, Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada.

Guerrero, A. (s.f). Desarrollo del niño durante el periodo escolar. Recuperado de <http://escuela.med.puc.cl/paginas/publicaciones/manualped/desspsicesc.html>

Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de estudio en Matemáticas para la Educación general Básica y el Ciclo Diversificado*. San José, Costa Rica: autor.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics. Reston: NCTM, Inc.

Piaget, J. (1993). *Seis estudios de psicología* (traducción de Six études de psychologie, 1964). Editorial Planeta-De Agostini, S.A. Barcelona, España.

Ruiz, A. y Chavarría, J. (2003). Los "Estándares" en la Educación Matemática de los Estados Unidos: Contexto, Reforma y lecciones. *Revista UNICIENCIA*, Vol. 20 Número 2, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.

## Anexo 1

**Tabla 1.** Distribución de los conocimientos y habilidades específicas a desarrollar por nivel en el I Ciclo, según los Programas de Matemática

<b>Primer año</b>	
<b>Conocimientos</b>	<b>Habilidades específicas</b>
Patrones	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Identificar patrones o regularidades en sucesiones con números menores que 100, con figuras o con representaciones geométricas.</li> <li>2. Construir sucesiones con figuras o con números naturales menores que 100 que obedecen a una ley dada de formación o patrón.</li> </ol>
<b>Expresiones matemáticas</b>  Signo de Igualdad Representación de cantidades	<ol style="list-style-type: none"> <li>3. Identificar dos expresiones matemáticas que son iguales.</li> <li>4. Reconocer el significado de “ = ”.</li> <li>5. Representar cantidades en situaciones diversas utilizando la escritura de expresiones matemáticas.</li> <li>6. Plantear y resolver problemas contextualizados aplicando la representación de cantidades.</li> </ol>
<b>Segundo año</b>	
<b>Conocimientos</b>	<b>Habilidades específicas</b>
<b>Sucesiones</b>  Patrones Tablas numéricas Sucesiones ascendentes Sucesiones descendentes	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Construir sucesiones con figuras o con números naturales menores a 1000 que obedecen un patrón dado de formación.</li> <li>2. Identificar patrones o regularidades en sucesiones o en tablas de números naturales menores que 1000, con figuras o con representaciones geométricas.</li> <li>3. Ordenar números ascendente o descendente.</li> <li>4. Identificar y construir sucesiones ascendentes o descendentes.</li> </ol>
<b>Tercer año</b>	
<b>Conocimientos</b>	<b>Habilidades específicas</b>
<b>Sucesiones</b>  Patrones	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Identificar y construir sucesiones con figuras, representaciones geométricas o con números naturales menores a</li> </ol>

Sucesiones ascendentes Sucesiones descendentes	100 000 que obedecen a un patrón dado de formación.  2. Ordenar números ascendente o descendentemente.  3. Identificar y construir sucesiones ascendentes o descendentes.  4. Plantear y resolver problemas aplicando sucesiones y patrones.
<b>Relaciones</b>  Tablas Valor faltante	5. Representar tabularmente relaciones entre números y operaciones.  6. Identificar el número que falta en una tabla.  7. Plantear y resolver problemas que involucren valores faltantes en una tabla o expresión matemática.
<b>Representaciones</b>  Recta numérica	8. Representar sumas y restas en la recta numérica.

Fuente: Programa de Estudios de Matemática del MEP (2012)

## Anexo 2

**Tabla 2.** Distribución de los conocimientos y habilidades específicas a desarrollar por nivel en el II Ciclo, según los Programas de Matemática

Cuarto año	
Conocimientos	Habilidades específicas
<b>Sucesiones</b>  Patrones	1. Analizar patrones en sucesiones con figuras, representaciones geométricas y en tablas de números naturales menores que 1 000 000. 2. Aplicar sucesiones y patrones para resolver problemas contextualizados.
<b>Representaciones</b>	3. Representar una expresión matemática dada en forma verbal utilizando números y letras. 4. Construir tablas que cumplan las especificaciones dadas en forma verbal. 5. Plantear y resolver problemas



	formulados verbalmente.
<b>Relaciones</b>	6. Identificar el número que falta en una expresión matemática, una figura o en una tabla.
<b>Propiedades de las operaciones</b>	7. Resolver problemas aplicando las propiedades de conmutatividad y asociatividad de la suma y la multiplicación y la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma.
<b>Quinto año</b>	
<b>Conocimientos</b>	<b>Habilidades específicas</b>
<b>Relaciones</b> Cantidades constantes Cantidades variables Dependencia Independencia Escala Ecuaciones	1. Distinguir entre cantidades variables y constantes. 2. Identificar y aplicar relaciones entre dos cantidades variables en una expresión matemática. 3. Determinar el valor desconocido en una ecuación matemática dada. 4. Analizar gráficas de figuras con escala. 5. Determinar relaciones de dependencia entre cantidades.
<b>Representaciones</b> Tablas Algebraicas	6. Representar mediante tablas relaciones entre dos cantidades que varían simultáneamente. 7. Representar una expresión matemática dada en forma verbal utilizando números y letras.
<b>Sexto año</b>	
<b>Conocimientos</b>	<b>Habilidades específicas</b>
<b>Relaciones</b> Razón Proporción directa Porcentaje Regla de tres	1. Analizar la proporción entre cantidades numéricas. 2. Plantear y resolver problemas aplicando porcentajes y regla de tres. 3. Plantear y resolver problemas aplicando proporcionalidad directa.
<b>Sucesiones</b>	4. Analizar sucesiones y patrones con números, figuras y representaciones geométricas. 5. Plantear y resolver problemas aplicando sucesiones y patrones.
<b>Representaciones</b>	6. Representar algebraicamente una expresión matemática dada

<p>Algebraica Plano de coordenadas</p>	<p>verbalmente. 7. Identificar y representar en un plano de coordenadas puntos que satisfacen una relación entre dos cantidades que varían simultáneamente.</p>
<p><b>Ecuaciones</b>  Ecuaciones de primer grado Inecuación de primer grado</p>	<p>8. Identificar si un número es solución de una ecuación dada. 9. Plantear y resolver problemas aplicando ecuaciones de primer grado. 10. Identificar si un número es solución de una inecuación dada. 11. Plantear y resolver problemas aplicando inecuaciones de primer grado.</p>

Fuente: Programa de Estudios de Matemática del MEP (2012)